УДК 330.34:330.42

Мун Де Ен – д-р экон. наук, профессор, гл. научный сотрудник проблемной научно-исследовательской лаборатории ФГБОУ ВПО «Хабаровская государственная академия экономики и права» (г. Хабаровск). *E-mail: moon@mail.ru*

Разумовская Марина Ивановна – д-р экон. наук, профессор, проректор по научной работе ФГБОУ ВПО «Хабаровская государственная академия экономики и права» (г. Хабаровск). *E-mail: razumno@ael.ru*

Д.Е. Мун
М.И. Разумовская

D.E. Moon
M.I. Razumovskaya

Проблемы использования метода производственной функции для прогнозирования потребности экономики в наёмном труде

В связи с применением метода производственной функции для прогнозирования потребности экономики в наёмном труде в статье рассмотрены три группы проблем. Первая группа связана с выбором производственных функций. Вторую группу проблем определили возможности практической интерпретации параметров исследуемых функций в части надежности оценок и их соответствия реальным экономическим процессам. Третья группа – обусловлена реализацией методов оценки параметров производственной функции на основе макроэкономической информации. Своё внимание авторы сосредоточили на производственных функциях с постоянными параметрами.

The problems of use of a production function's method for forecasting of the needs of economy in wage labor

Due to the application of the method of production function for forecasting of the needs of economy in wage labor in the article three groups of problems are considered. The first group is connected with a choice of production functions. The second group of problems was determined by the possibilities of practical interpretation of the parameters of studied functions regarding the reliability of the evaluation and their corresponding to the real economic processes. The third group – is caused by the realization of methods of an evaluation of parameters of the production function on the basis of macroeconomic information. The authors concentrated the attention on production functions with the constant parameters.

Ключевые слова: *производственная функция, факторы производства, объём продукции, виды производственных функций, методы соизмерения характеристик производственных функций.*

Keywords: *production function, characteristics of production functions, production factors, quantity of output, types of production functions, methods of comparing characteristics of production functions.*

В экономических исследованиях потребности экономики в наёмном труде метод производственной функции широкого применения не получил. Традиционно названную выше потребность представляют как связь между затратами капитала *K* и труда *L*, которые необходимы для производства заданного количества продукта *Y*. Математически эта связь выражается уравнением $L = f(K, Y)$. Моделируют потребность экономики в наёмном труде чаще всего на основе двухфакторной однородной дифференцируемой производственной функции вида $Y = F(K, L)$, где в качестве её зависимой переменной выступает максимальный объём продукта *Y*, который можно произвести при заданной технологии и определённом количестве факторов производства *K* и *L*.

Как будет показано ниже, для производственных функций с постоянными параметрами (в зависимости от их вида) могут быть получены различные числовые характеристики одного и того же процесса. Это означает, что для прогнозирования потребности экономики в наёмном труде существует проблема выбора производственных функций.

Производственная функция исходит из того, что оба агрегированных фактора – *K* и *L* – являются взаимозаменяемыми или взаимодополняемыми. Подчеркнём, вид и количество ресурсов, а также пропорция, в которой капитал и живой труд применяются или замещаются, определяются для фиксируемой технологии. Взаимозаменяемость означает, что нехватка одного фактора может быть компенсирована дополнительным количеством другого. Взаимодополняемость делает невозможным процесс производства при отсутствии одного из факторов.

Для краткосрочного периода зависимость между затратами факторов производства и выходом продукции может быть проиллюстрирована графически в виде кривой совокупного продукта. При этом, по горизонтальной оси прослеживается изменение переменного фактора производства, а по вертикальной – изменение объёма продукта. Для долгосрочного периода изокванта представляет собой геометрическое место точек, соответствующее всем комбинациям факторов производства *K* и *L*, способных произвести заданный объём продукции. Фактор труда отображается обычно по горизонтали, а по вертикали – фактор капитала. Угол наклона изокванты задаётся предельной нормой замещения одним фактором другого.

Производственные факторы могут быть полностью замещаемыми и вообще не связаны между собой, но такие случаи встречаются редко. Их, как известно, моделируют с помощью линейной производственной функции

Y=A*+aK+bL, что принадлежит к классу так называемых аддитивных производственных функций. Здесь коэффициент a – предельный продукт капитала или предельная капиталоотдача, коэффициент b – предельный продукт живого труда или предельная производительность труда. Предельные производительности производственных факторов постоянны.

В случае факторов – совершенных заменителей – карта изоквант представляет собой совокупность параллельных прямых K=Y/a–A*/a–Lb/a. Предельная норма замещения одним фактором другого постоянна и не зависит от объёма производственных факторов. Её определяет отрицательное отношение линейных коэффициентов друг к другу.

Важно понимать, что для линейной производственной функции нарушаются два основных свойства. Одно из них – это $F(0, L) = 0$, $F(K, 0) = 0$, согласно которому возможно замещение одного фактора другим лишь в некоторой ограниченной области. Для случая двух факторов производства оно означает невозможность произвести никакой продукт без затрат труда и капитала. Другое свойство означает, что изокванты пересекают оси координат, а значит, эластичность замещения производственных факторов равна бесконечности. Обе проблемы снижают возможности практической интерпретации параметров линейной производственной функции в части надежности оценок и их соответствия реальным экономическим процессам.

В совершенно иных ситуациях, когда факторы дополняют друг друга и при этом абсолютно не взаимозаменяемы, применяется производственная функция В. Леонтьева: $Y = \min\{aK, bL\}$. Здесь коэффициент a – предельный продукт капитала ($\alpha>0$) и коэффициент b – предельный продукт живого труда ($\beta>0$), они характеризуют пропорцию дополнения. Для леонтьевской производственной функции изокванты имеют форму английской буквы L. Для вертикального отрезка изокванты угол наклона равен бесконечности из-за того, что приращение труда равно нулю. Соответственно, не определяется предельная норма замещения. Для горизонтального отрезка изокванты угол наклона равен нулю, поскольку приращение капитала равно нулю. Предельная норма замещения равна нулю. Увеличение выпуска продукции связано с переходом в точку излома вышележащей изокванты.

Между тем, в большинстве случаев факторы производства одновременно и дополняют, и до определённой степени заменяют друг друга. Анализировать их позволяет степенная производственная функция Кобба-Дугласа $Y_t = A \cdot K_t^{\alpha} \cdot L_t^{\beta}$, которая относится к классу мультипликативных производственных функций. Здесь коэффициент α – показатель эластичности объёма производства по капиталу ($0<\alpha<1$), коэффициент β – показатель эластичности объёма производства по живому труду ($0<\beta<1$). Степенные коэффициенты приближённо показывают, насколько процентов изменится выпуск продукции при изменении одного из факторов на 1% при нейтральном эффекте масштаба производства.

Изокванты Кобба-Дугласа выпуклы в сторону начала координат и становятся более пологими по мере продвижения вправо вдоль горизонтальной

оси вследствие убывания предельного продукта труда. Наклон изокванты в разных её точках неодинаков. Предельные нормы замещения производственных факторов являются линейными функциями объёмов *K* и *L*. Чем в меньшей степени факторы производства способны заменить друг друга, тем быстрее убывает предельная норма замещения, тем более выпукла к началу координат будет изокванта. При пропорциональном росте объёмов производственных факторов предельная норма замещения не изменяется.

Подчеркнём, для степенной функции Кобба-Дугласа выполняются все основные свойства производственной функции. Логарифмируя степенную производственную функцию Кобба-Дугласа по натуральному основанию, получаем линейное уравнение. Применительно к нему с целью оценки неизвестных параметров A, *α, β* по эмпирическим данным можно применять классические методы множественной регрессии и использовать широко распространённые программные продукты для реализации метода наименьших квадратов.

Вместе с тем, недостатком степенной производственной функции является равенство единице эластичности замещения факторов вне зависимости от коэффициентов A, *α, β*. Такая неограниченная компенсация недостатка одного фактора другим вступает в противоречие со свойствами моделирования объекта исследования. Для преодоления ограниченности традиционных производственных функций с постоянными параметрами, заключающейся в постоянстве эластичности замещения производственных факторов, необходимо исследовать производственные функции с переменными параметрами, которые имеют переменную эластичность замещения производственных параметров.

Интерес здесь представляет введение в анализ фактора времени t, означающего, что производительность *K* и *L* растёт по мере развития науки и техники. При этом, потребность экономики в наёмном труде следует моделировать на основе динамической производственной функции вида *Y = F* (*K, L, t*). Степенная производственная функция Кобба-Дугласа в таком случае имеет следующий вид: $Y_t = A \cdot K_t^{\alpha} \cdot L_t^{\beta} \cdot e^{\lambda t}$, где последний сомножитель – комплексный показатель, отражающий качественные изменения в производстве в связи с техническим прогрессом за период времени t.

Для более чёткого представления о составляющих роста производства производственная функция может быть представлена через темпы прироста продукции, капитала, живого труда и показатели эластичности *α* и *β* следующим образом: y= *αk+βl+r*. Здесь r – показатель прироста продукции за счёт качественных изменений факторов производства.

При помощи суммарного значения степенных коэффициентов *α* и *β* может быть оценён эффект масштаба производства. Если *α + β=1*, то налицо нейтральный эффект масштаба. Это свидетельствует о постоянной отдаче производственных факторов. Если *α + β>1*, то отдача производственных факторов будет возрастать, а эффект масштаба окажется положительным. При

$\alpha + \beta<1$ наблюдается отрицательный эффект от масштаба производства, и убывает отдача производственных факторов.

Согласно [1. С. 69 – 81], применение производственных функций в макроэкономическом моделировании потребности экономики в наёмном труде связано с проблемами количественного и качественного измерения экономических величин. Из-за обобщенного характера исследований на макроуровне продукция измеряется физическими объемами. При оценке физических объемов продукции есть проблема учета качественной неоднородности их величин, возрастающей с течением времени. Динамика физического объема продукции испытывает влияние как изменения структуры производимой продукции – её ассортимента и количества, так и изменения качественного уровня изделий и услуг. И, чем быстрее меняется количество новых видов продукции или её качество, тем меньше доля сопоставимых продуктов в общей величине выпуска продукции. Чтобы избежать несопоставимости продукции, необходимо менять базу неизменных цен и использовать цепные индексы для перехода от одних измененных цен к другим.

На макроуровне производственные факторы также измеряются их физическими объемами. Для исследования затрат труда служит величина численности занятых в производстве. Она характеризует потенциальные затраты труда. Возможности учета качественных сдвигов в этом факторе производства весьма ограничены, так как этот учет, в основном, должен опираться на детальную информацию о конкретных видах производства и не имеет адекватного макроэкономического выражения. В случае, когда для расчетов применяется показатель занятости без поправок на изменение качества рабочей силы, это изменение получит отражение в совокупном вкладе интенсивных факторов в прирост продукции.

Для количественного измерения на макроуровне средств производства применяется показатель основного капитала. При измерении физического объёма основного капитала из двух оценок – по полной или по остаточной стоимости – предпочтение следует отдать первому варианту. Дело в том, что величина остаточной стоимости уменьшается быстрее, чем способность основного капитала участвовать в процессе производства. Более того, расчёт по полной стоимости слабо реагирует на ошибки в определении среднего срока службы. В то же время, одна и та же стоимостная величина может скрывать глубокие различия в динамике физического объема основного капитала. Эти различия определяются как сдвигами в структуре капитала – видовой, возрастной, отраслевой, так и изменениями в качестве, зависящем от технического уровня, надежности, долговечности. В принципе, уровень качественного совершенствования основного капитала может быть учтён в совокупном влиянии технического прогресса. Заметим, оценка вклада технического прогресса может оказаться заниженной. Так происходит в случае, когда выпуск продукции оценивается его фактической величиной, а факторы производства оцениваются по их наличной величине, соответствующей потенциально возможному выпуску, а не фактически полученному.

Далее рассмотрим проблемы, связанные с использованием метода производственной функции. Они указывают на необходимость дальнейшего совершенствования методов оценивания производственных функций.

В этой связи, обратимся к тому, как реализуются методы оценки простейшей функции Кобба-Дугласа и ее модификаций на основе макроэкономической информации. Наиболее распространенными и наиболее формально обоснованными являются методы математической статистики. Они применяются к динамическим рядам выпуска продукции, основного капитала и численности занятости. Так как функция нелинейная, то принято оценивать её параметры с помощью метода наименьших квадратов. В отдельных случаях встречаются и методы оценки нелинейной регрессии.

Метод наименьших квадратов применяется к уравнению линейной регрессии, связывающему логарифмы исходных временных рядов. Зависимость между переменными, их взаимообусловленность и распределённость во времени являются причиной автокоррелированности и мультиколлинеарности временных рядов, соответствующих этим переменным. Мультиколлинеарность факторов проявляется в наличии близких к единице коэффициентов корреляции между ними. Она обусловлена характером экономических переменных, которые часто имеют сходную динамику. В силу взаимосвязи между переменными при решении системы нормальных уравнений определитель матрицы ковариаций оказывается близким к нулю. Отсюда следуют две сложности. Одна из них – это неустойчивость параметров оцениваемой функции относительно незначительных изменений в исходных данных. Другая – это возможность получения экономически бессмысленных значений параметров.

Так как мультиколлинеарность имманентна макроэкономической информации в виде динамических рядов, представляют интерес методы, которые могут ослабить ее влияние в соответствующих расчетах. В качестве таких методов иногда предлагается применить регрессию к отклонению от трендов. Но делать так нецелесообразно, поскольку отклонения от трендов не отражают особенности формирования соответствующих факторов. В итоге, этот метод приводит к формальным зависимостям, не имеющим содержательной экономической интерпретации. Наряду со сказанным выше, предлагается исключать из уравнения регрессии те или другие зависимые факторы, оставляя наиболее существенные.

В некоторых исследованиях отмечается, что расчеты динамической функции Тинбергена $Y = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha} \cdot e^{\lambda t}$ дают отрицательные значения α, λ из-за мультиколлинеарности. А потому предлагается при расчетах ограничиться функцией Кобба-Дугласа, не учитывающей влияние технического прогресса. На наш взгляд, отрицательность параметров динамической функции Тинбергена обусловлена в большей степени не столько мультиколлинеарностью факторов, сколько невыполнимостью для различных экономических объектов гипотезы о постоянном среднегодовом темпе прироста продукции за счет технического прогресса.

Метод определения показателей эластичности в формуле производственной функции Кобба-Дугласа по факторным долям также нельзя считать обоснованным. Причина в том, что не выполняются следующие три основные предпосылки теории предельной производительности. Первая – наличие чистой конкуренции, обеспечивающей полную мобильность факторов производства, а значит, и равенство предельной производительности фактора по цене. Вторая – условие линейной однородности производственной функции *(α + β = 1)*, отвечающее условиям растущей эффективности производства в результате технического прогресса. Третья – условие оптимальности производства с точки зрения минимизации издержек.

Одним из недостатков метода наименьших квадратов является то обстоятельство, что с их помощью могут быть получены усредненные оценки коэффициентов, которые постоянны для всего базового периода модели. Более адекватным способом отображения соотношений между экономическими показателями, которые выражаются коэффициентами уравнений модели, является метод «дрейфа коэффициентов» [2]. Этот метод состоит в сопоставлении двух одинаковых по набору факторов уравнений, оценённых на разных временных базах. Сравнивая значения коэффициентов при соответствующих переменных, можно сделать вывод об изменении их влияния. Однако, согласно [3. С. 56 – 79], оценки параметров производственных функций, рассчитанных, например, по скользящим десятилетиям, неустойчивы к незначительным изменениям исходных данных (сдвиг на один год) и часто не имеют экономического смысла.

Литература и источники:

1. Мун, Д. Е. Моделирование экономического роста с переменной эластичностью замещения производственных факторов / Д. Е. Мун. – Хабаровск : Изд-во ДВГУПС, 2011. – 321 с.

2. Левицкий, Е. М. Моделирование американской экономики / Е. М. Левицкий. – Новосибирск : Наука, 1975. – 226 с.

3. Лазуренко, С. Г. Измерение влияния НТП на рост национального дохода / С. Г. Лазуренко. – М. : Наука, 1981. – 224 с.